

Inhaltsverzeichnis

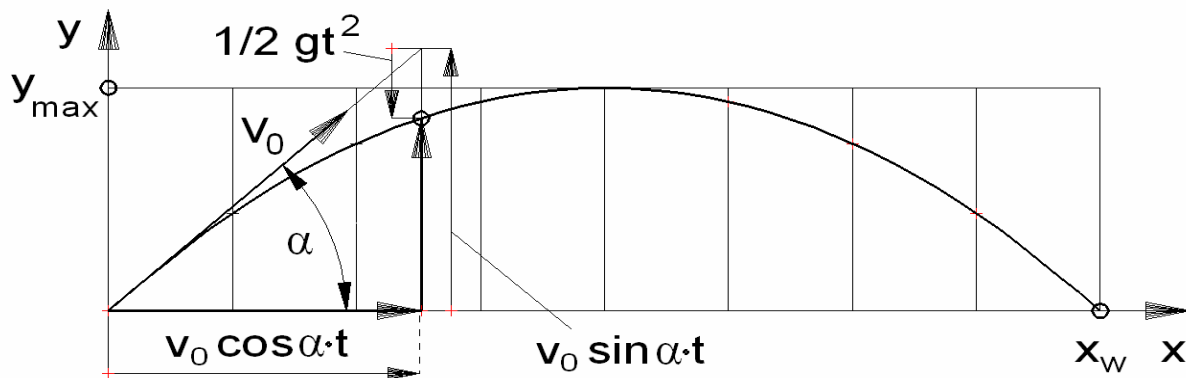
CAD in der Physik – Arbeitsblätter	2
Schiefer Wurf mit CAD	2
Erde-Mond-Bewegung	5

CAD in der Physik – Arbeitsblätter

Lehrplaneinheit Kinematik	Thema Schräger Wurf ohne Luftwiderstand	CAD im Physikunterricht F. Pfléghar
-------------------------------------	---	---

Grundlagen

Beim schrägen Wurf im Schwerfeld der Erde liegt eine zweidimensionale Bewegung vor, die durch die Überlagerung einer gleichförmigen geradlinigen Bewegung in waagerechter Richtung und einer gleichmäßig verzögerten Bewegung in senkrechter Richtung entsteht.



Bewegung in x-Richtung: $x = v_0 \cos \alpha \cdot t$, $v_x = v_0 \cos \alpha$, $a_x = 0$

Bewegung in y-Richtung: $y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$, $v_y = v_0 \sin \alpha - g \cdot t$, $a_y = -g$

Elimination von t: $y = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 = \tan \alpha \cdot x - (1 + \tan^2 \alpha) \cdot \frac{g}{2v_0^2} x^2$

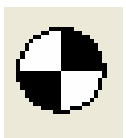
Steigzeit ($v_y = 0$): $t_s = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ Wurfzeit ($t_w = 2 t_s$) $t_w = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$

Maximale Wurfhöhe: $y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ Wurfweite: $x_w = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

CAD-Hinweise



Die Funktion "Splines" erzeugt zu vorgegebenen Stützpunkten eine glatte Kurve. So ist es möglich, zu vorgegebenen Kurvenpunkten (Wertetabelle) die Bahnkurve beim schrägen Wurf relativ genau zu zeichnen.



Das Kinematikmodul von MegaCAD erlaubt die Darstellung von Bewegungsabläufen und kinematischen Zusammenhängen. So kann der schräge Wurf durch die gleichzeitige Überlagerung von drei Bewegungsvorgängen, die durch mathematische Formeln definiert sind, vom Schüler realisiert und „erlebt“ werden.

Aufgabe

Schräger Wurf, $v_0 = 5 \text{ m/s}$, $\alpha = 45^\circ$

*Bestimmung der Bahnkurve $y = f(x)$

-Steigzeit t_s , Wurfzeit t_w , Wurfweite x_w , maximale Wurfhöhe y_{\max}

-Wertetabelle für $0 \leq t \leq t_w$, Schrittweite $\Delta t_w = t_w / 8$

-Darstellung der Bahnkurve mit Hilfe der Spline-Funktion

* Realisierung der Bewegungssimulation mit dem Kinematikmodul

Lösung

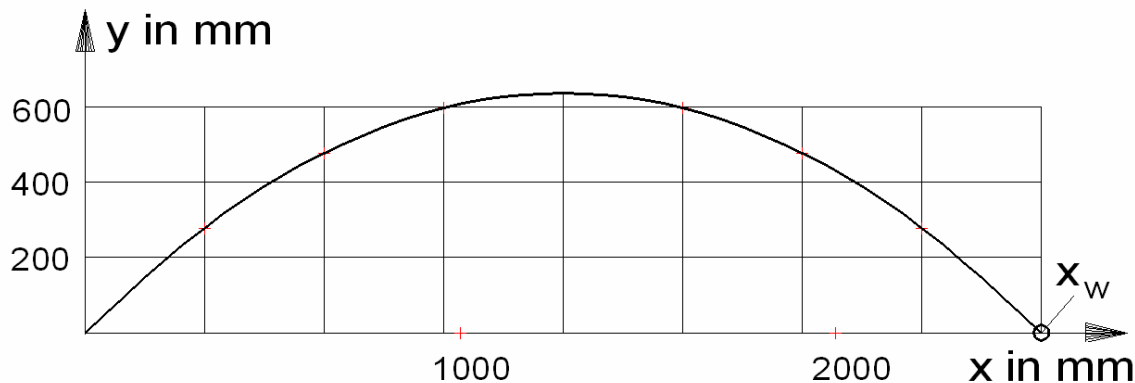
$$\text{Steigzeit: } t_s = \frac{5 \text{ m/s} \cdot \sin 45^\circ}{9,81 \text{ m/s}^2} = 0,3604 \text{ s} \quad \text{Wurfzeit: } t_w = \frac{2 \cdot 5 \text{ m/s} \cdot \sin 45^\circ}{9,81 \text{ m/s}^2} = 0,7208 \text{ s}$$

$$\text{Wurfweite: } x_w = \frac{(5 \text{ m/s})^2 \sin(2 \cdot 45^\circ)}{9,81 \text{ m/s}^2} = 2,5484 \text{ m}$$

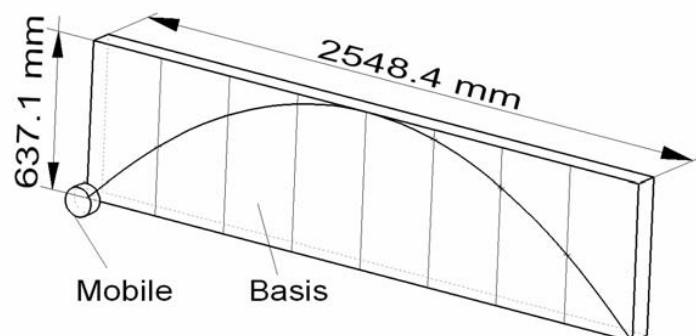
$$\text{Maximale Wurfhöhe: } y_{\max} = \frac{(5 \text{ m/s})^2 \sin^2 45^\circ}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 0,6371 \text{ m}$$

Wertetabelle

t	0	1/8 t _w	2/8 t _w	3/8 t _w	4/8 t _w	5/8 t _w	6/8 t _w	7/8 t _w	t _w
y in mm	0	278,7	477,8	597,3	637,1	597,3	477,8	278,7	0

**Bewegungssimulation**

Für das Modell der Bewegungssimulation werden die aus obiger Berechnung gewonnenen Zahlenwerte zu Grunde gelegt.

**Vorgehensweise**

- Basis der Gruppe 1 und Mobile der Gruppe 2 zuordnen
- Verbindungen zwischen Basis und Mobile für die drei Bewegungsabläufe definieren

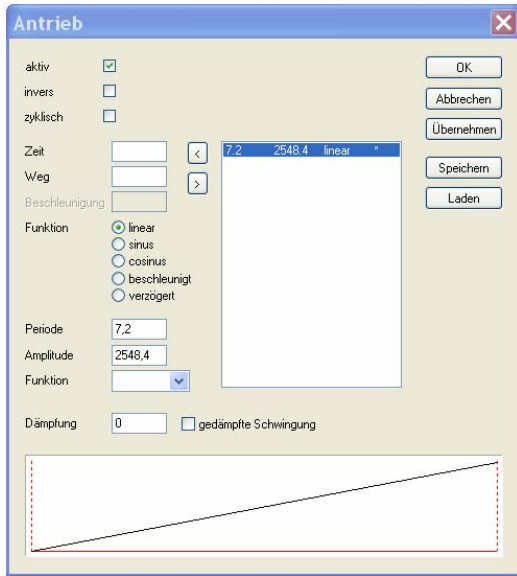
Dem Mobile werden drei gleichzeitig ablaufende Vorgänge zugewiesen:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t, \quad y = v_0 \sin \alpha \cdot t \quad \text{und} \quad y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2$$

- Antriebe definieren

Antriebe

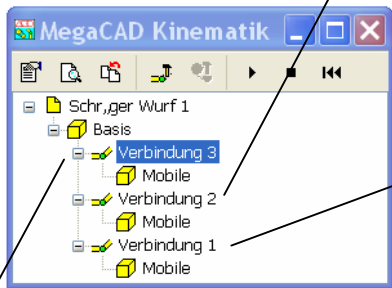
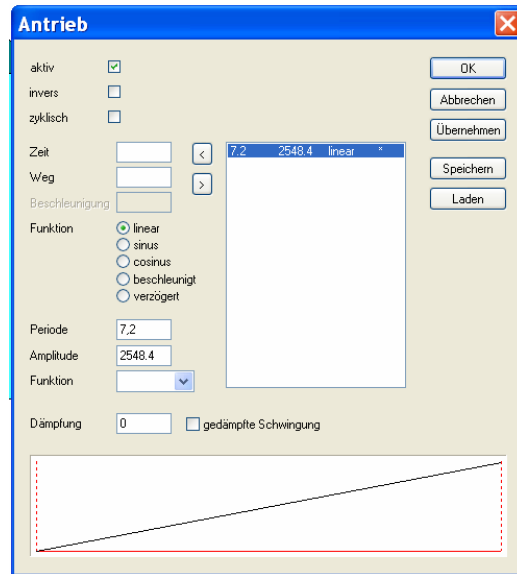
Bewegung in y-Richtung: $y = v_0 \sin\alpha \cdot t$
 Für $t = t_w = 0,7208 \text{ s}$: $y = 2,5484 \text{ m}$



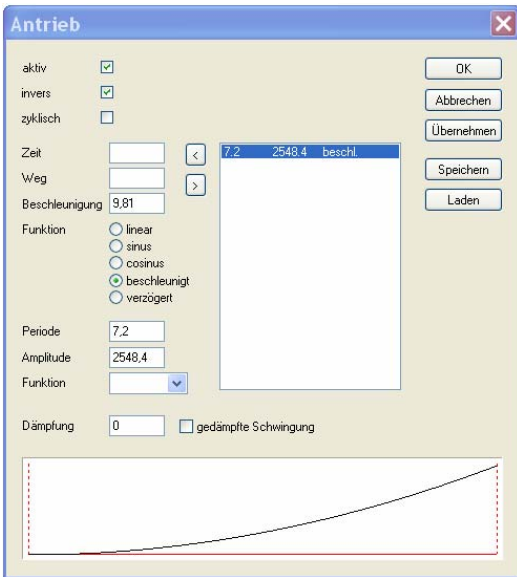
Gruppen



Bewegung in x-Richtung: $x = v_0 \cos\alpha \cdot t$
 Für $t = t_w = 0,7208 \text{ s}$: $x = 2,5484 \text{ m}$



Bewegung in y-Richtung: $y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2$
 Für $t = t_w = 0,7208 \text{ s}$ und $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
 $y = -2,5484 \text{ m}$



Für die Zeitdauer des Bewegungsvorganges werden zweckmäßigerweise im Feld „Periode“ 7,2 s eingetragen.

Bei der Bewegung im Schwerfeld der Erde ist als Beschleunigung $9,81 \text{ m/s}^2$ einzutragen und das Häkchen bei „invers“ wegen der Bewegung nach unten anzubringen.

Eine Bewegung in der Schwerelosigkeit kann simuliert werden, indem das Häkchen bei „aktiv“ entfernt wird.

Franz Pflegar



Lehrplaneinheit Gravitationsfelder	Thema Erde-Mond-Bewegung	CAD im Physikunterricht F. Pflöghar
--	------------------------------------	---

Grundlagen

Die Vorgänge an unserem Sternenhimmel und der Lauf der Gestirne markieren Tag und Nacht, Sommer und Winter. Ebbe und Flut entsteht aus dem Wechselspiel zwischen Gravitationskräften und Fliehkräften aus der Bewegung von Erde und Mond. Aus der Vielzahl der komplexen Bewegungen in unserem Sonnensystem soll die Bewegung von Erde und Mond näher untersucht und mit dem Kinematikmodul von MegaCAD simuliert werden. Die Einsicht in diesen Bewegungsablauf ist hilfreich zum Verständnis für die Entstehung von Ebbe und Flut und für das Phänomen, dass der Mond praktisch immer die gleiche Seite zeigt.

Schwerpunkt Erde-Mond

Erde:

Masse $M = 597,36 \cdot 10^{22}$ kg

Radius $R = 6,378 \cdot 10^3$ km

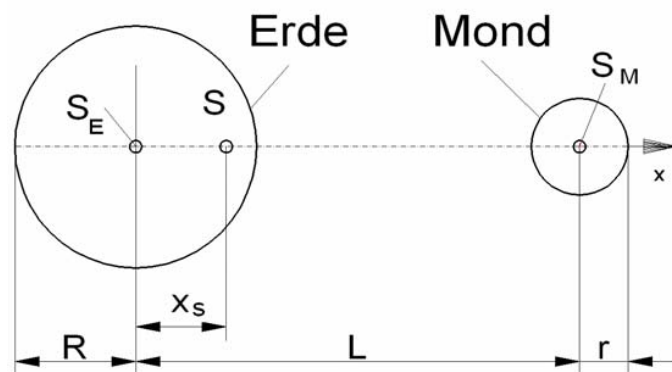
Mond:

Masse $m = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg

Radius $r = 1,738 \cdot 10^3$ km

Abstand:

$L = 384,4 \cdot 10^3$ km



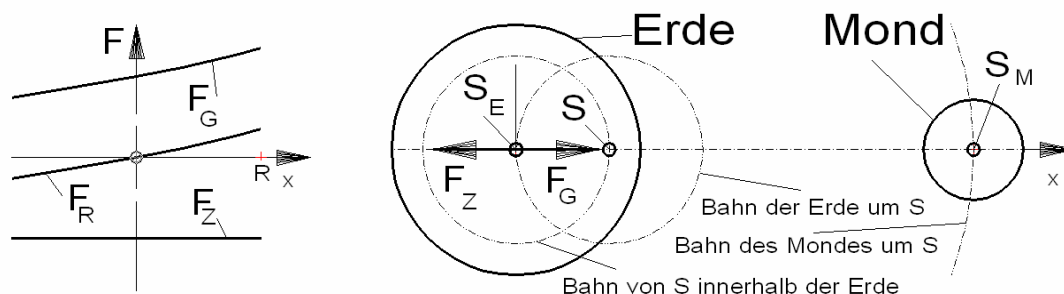
$$\Sigma \text{ Momente}_{S} = 0: \quad M \cdot x_s = m(L - x_s); \quad M \cdot x_s + m \cdot x_s = m \cdot L; \quad (M + m) \cdot x_s = m \cdot L$$

$$x_s = \frac{m \cdot L}{M + m} = \frac{7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg} \cdot 384,4 \cdot 10^3 \text{ km}}{597,36 \cdot 10^{22} \text{ kg} + 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}} = 4,67 \cdot 10^3 \text{ km} \quad \frac{x_s}{R} = \frac{4,67 \cdot 10^3 \text{ km}}{6,378 \cdot 10^3 \text{ km}} = \frac{73,22}{100} \approx \frac{3}{4}$$

Kräfte

Das System Erde-Mond rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω um den gemeinsamen Schwerpunkt S. Während der Mond eine Rotationsbewegung mit Eigenrotation ausführt, bewegt sich die Erde ohne Eigenrotation.

Das bedeutet für die Erde, dass jedes Massenelement ΔM der Erde unabhängig von seiner



Position die gleiche Zentrifugalkraft F_Z erfährt.

$$F_Z = \Delta M \cdot x_s \cdot \omega^2 \approx \Delta M \cdot 0,75 \cdot R \cdot \omega^2$$

Dagegen ist die durch den Mond hervorgerufene Gravitationskraft vom Abstand zum Mond abhängig und damit für verschiedene Massenelemente der Erde verschieden.

Die vom Mond auf eine Masse ΔM der Erde ausgeübte Gravitationskraft ist :
$$F_G = \gamma \frac{\Delta M \cdot m}{(L \pm x)^2}$$

Im Erdmittelpunkt heben die sich aus der Rotation des Systems Erde-Mond resultierende Zentrifugalkraft und die Gravitationskraft zwischen Erde und Mond gegenseitig auf.

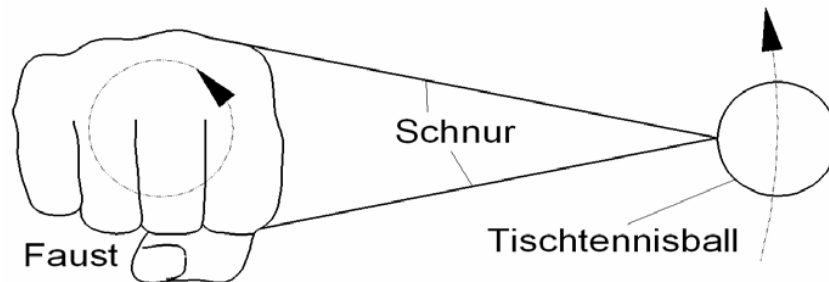
Für die resultierende Kraft gilt: $F_R = F_G - F_Z$

Auf der dem Mond zugewandten Seite überwiegt die Gravitationskraft und auf der dem Mond abgewandten Seite überwiegt die Zentrifugalkraft.

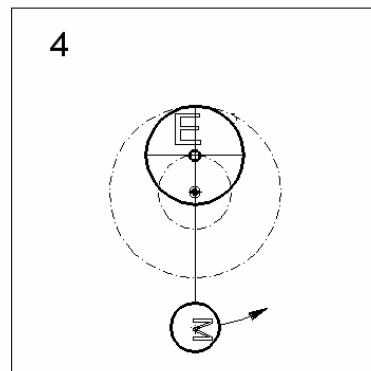
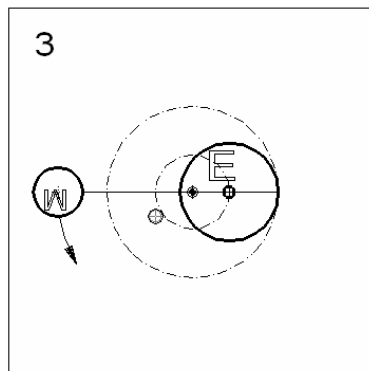
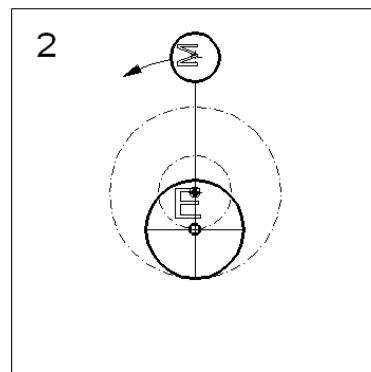
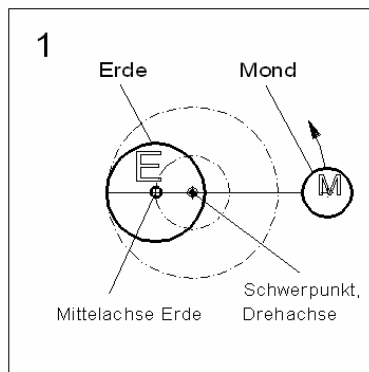
Bewegungsablauf

Erde und Mond drehen sich ohne Eigenrotation der Erde um den Schwerpunkt S.

Diesen Bewegungsablauf kann man einfach in einem Versuch nachvollziehen, indem man einen Tischtennisball (Mond) an einer Schnur befestigt und um die Faust (Erde) kreisen lässt. Man sieht dabei, dass der Tischtennisball der Faust immer die gleiche Seite zeigt und dass die Faust ohne Eigenrotation quasi um den gemeinsamen Schwerpunkt dreht.

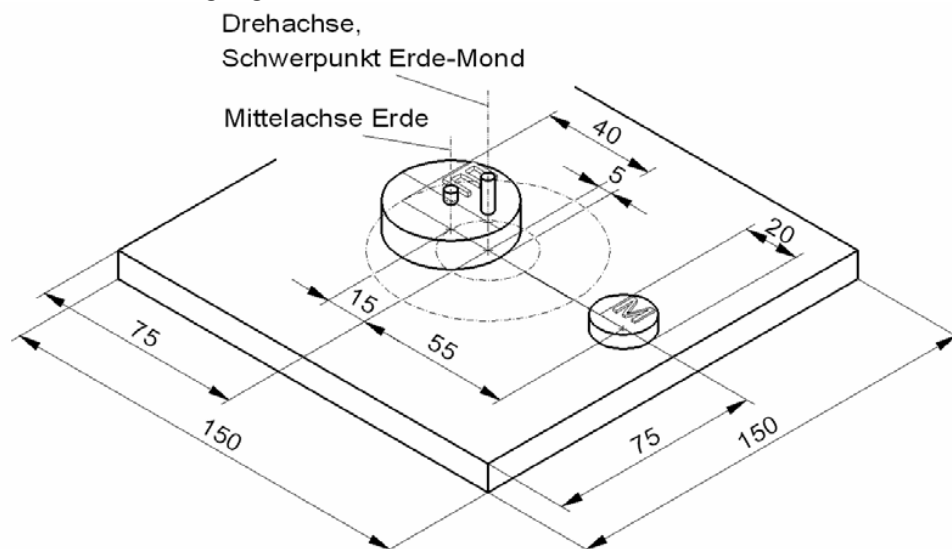
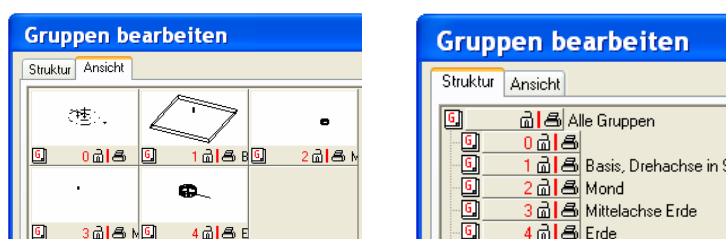
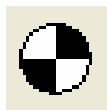
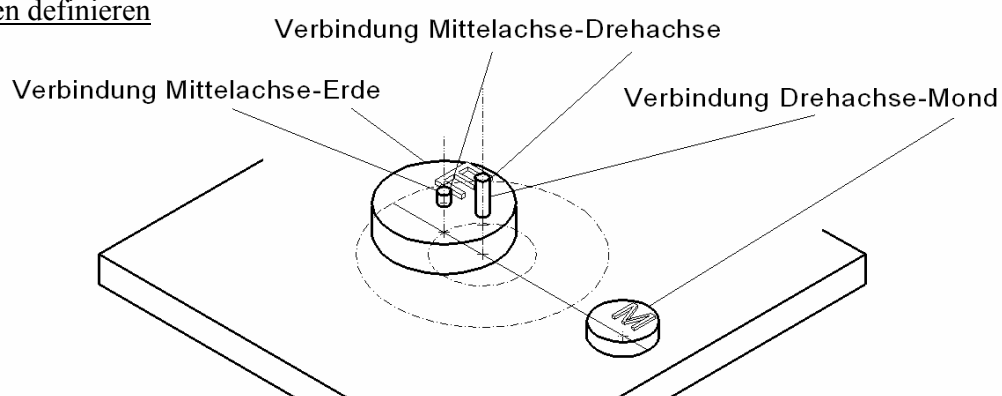


Die Bewegung der Erde entspricht daher nicht einer starren Rotation um eine Achse, sondern vielmehr einer Verschiebung, da der Punkt S, der immer auf der Verbindungslinie Erde-Mond liegt, innerhalb der Erde auf einem Kreis mit dem Radius $x_s \approx \frac{3}{4} R$ um den Erdmittelpunkt wandert.

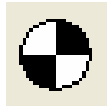


Aufgabe

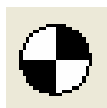
*Simulation der Erde-Mond-Bewegung

Modell**Lösung**Gruppen zuweisenVerbindungen definieren

* Verbindung zwischen Drehachse und Mond definieren, zuerst die Drehachse (ortsfeste Basis) anklicken, dann den Mond, Rotationsachse aus den beiden Kreismittelpunkten der Drehachse festlegen

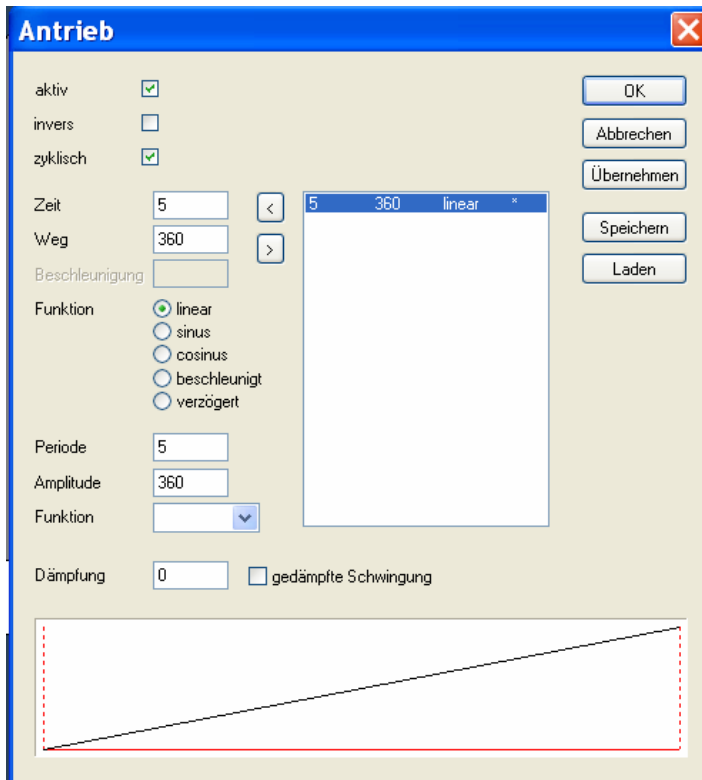


* Verbindung zwischen Mittelachse und Drehachse definieren, zuerst die Drehachse (ortsfeste Basis) anklicken, dann die Mittelachse, Rotationsachse aus den beiden Kreismittelpunkten der Drehachse festlegen

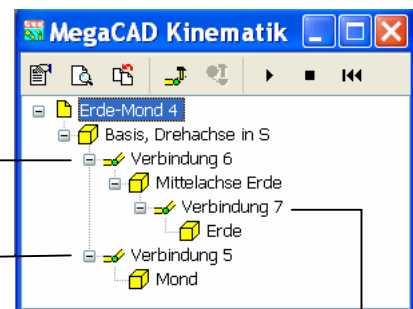
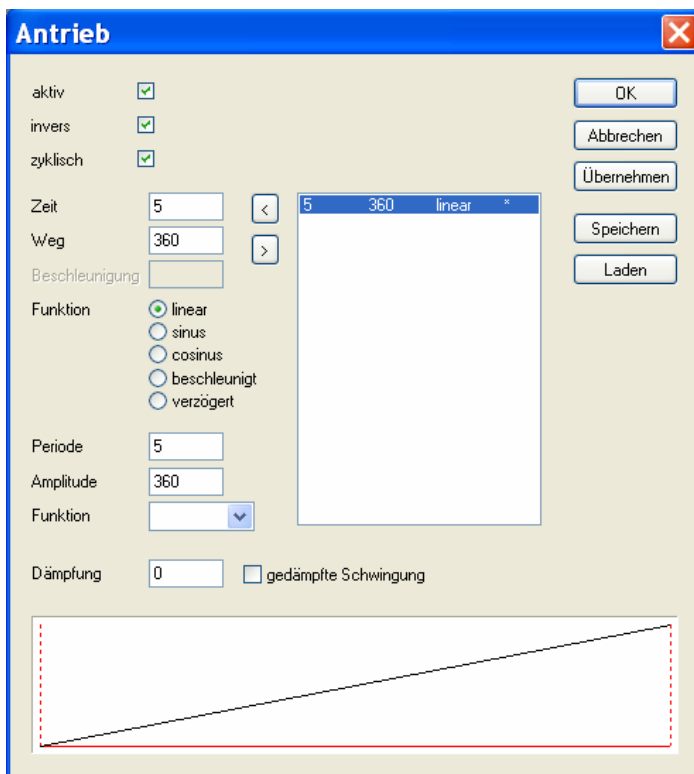


* Verbindung zwischen Mittelachse und Erde definieren, zuerst die Mittelachse (relative Basis) anklicken, dann die Erde, Rotationsachse aus den beiden Kreismittelpunkten der Mittelachse festlegen

Antriebe definieren



Die Antriebe für die Verbindung Drehachse-Mond und Mittelachse-Drehachse sind identisch



Beim Antrieb für die Mittelachse-Erde ist ein Häkchen bei „invers“ anzubringen.

Franz Pflegar

