Inhaltsverzeichnis

CAD in der Physik - Arbeitsblätter

Lehrplaneinheit **Wärmelehre**	Thema **Arbeit bei der isothermen Zustandsänderung**	CAD im Physikunterricht F. Pfleghar

Grundlagen

Bei der isothermen Zustandsänderung bleibt die innere Energie U konstant, da die innere Energie eines Gases nur von der Temperatur abhängt. Die dem System zugeführte Wärmemenge Q wird vollständig in die Arbeit W umgewandelt

Nach dem ersten Hauptsatz der Wärmelehre gilt: $\Delta U = Q + W$; $\Delta U = 0$; $Q = -W$

Außerdem gilt das Gesetz von Boyle-Mariotte: $p \cdot V =$ konstant.

Die bei der Kompression oder Expansion zu verrichtende oder frei werdende Arbeit kann anschaulich über den Flächeninhalt des p-V-Diagrammes zwischen Anfangs- und Endvolumen dargestellt werden.

Der „Flächengedanke" gilt auch für andere Bereiche der Physik wie z. B. in der Mechanik:

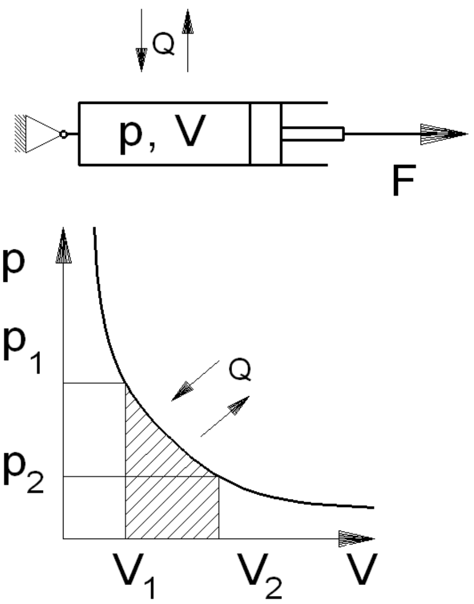
Weg = Zeitintegral der Geschwindigkeit

Geschwindigkeit = Zeitintegral der Beschleunigung

Arbeit = Zeitintegral der Leistung

Arbeit = Wegintegral der Kraft

Impuls = Zeitintegral der Kraft



Bei der isothermen Zustandsänderung gilt:

$$pV = p_1V_1 = p_2V_2 \qquad p = \frac{p_1V_1}{V}$$

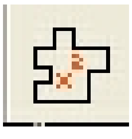
Arbeit = Volumenintegral des Druckes

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = p_1V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$$

$$W = p_1V_1 \ln[V]_{V_1}^{V_2} = p_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$$

CAD-Hinweise

Die Funktion "Splines" erzeugt zu vorgegebenen Stützpunkten eine glatte Kurve. So ist es möglich, zu vorgegebenen Kurvenpunkten (Wertetabelle) die Druck-Volumen-Funktion bei der isothermen Zustandsänderung relativ genau zu zeichnen.



Die Funktion "Fläche" ermittelt den Flächeninhalt einer geschlossenen Kontur . Der errechnete Flächeninhaltswert des p-V-Diagrammes zwischen Anfangs- und Endvolumen entspricht der Expansions- bzw. Kompressionsarbeit bei der isothermen Zustandsänderung.

Aufgabe

Bestimmung der Expansionsarbeit bei der isothermen Zustandsänderung

Gegeben: Anfangszustand $p_1 = 10$ bar, $V_1 = 10$ ml

Endzustand $p_2 = 1$ bar, $V_2 = 100$ ml

Rechnerische Lösung

$p_1 = 10 \text{ bar} = 10^6 \text{ N/m}^2 = 10^6 \text{ Pa}$, $V_1 = 10 \text{ ml} = 10^{-5} \text{ m}^3$

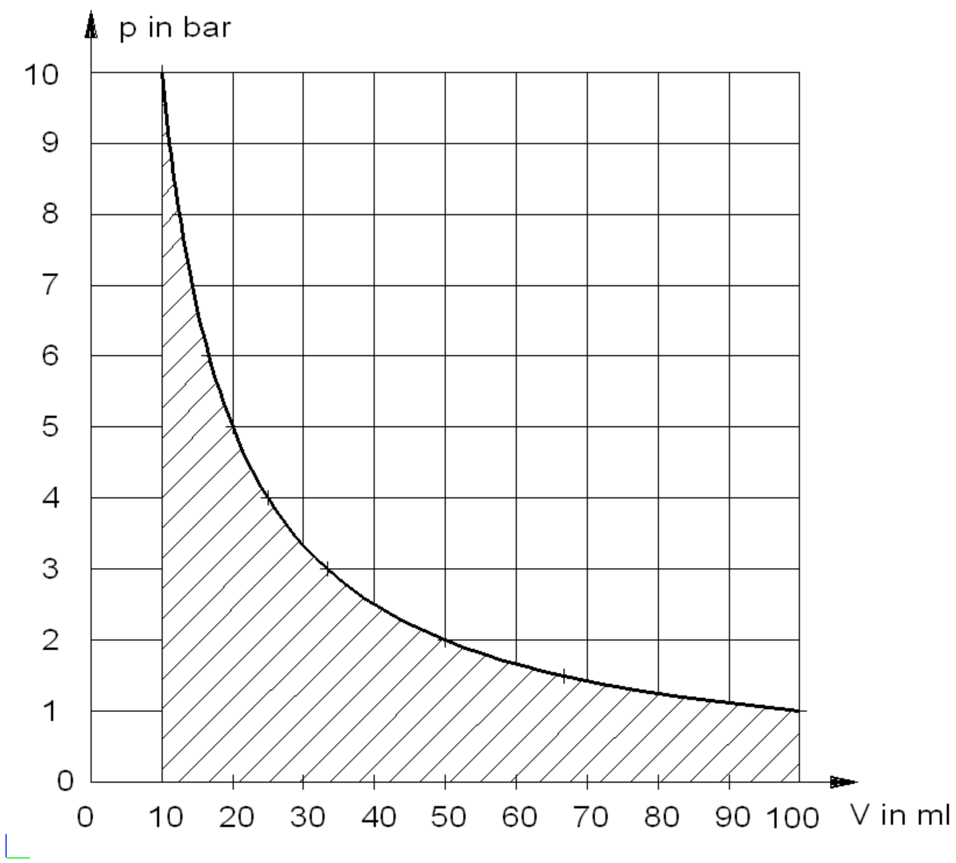
$p_2 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2 = 10^5 \text{ Pa}$, $V_2 = 100 \text{ ml} = 10^{-4} \text{ m}^3$

$$W = p_1 V_1 \ln[V]_{V_1}^{V_2} = p_1 V_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 10^{-5} m^3 \ln\frac{100 \text{ ml}}{10 \text{ ml}} = \underline{23{,}03 \text{ J}}$$

CAD – Lösung

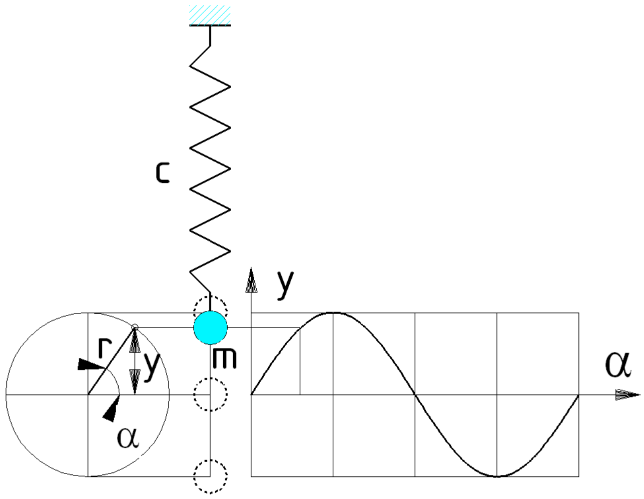
Wertetabelle gemäß Boyle-Mariotte: $p \cdot V = \text{konstant}$

p in bar	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
V in ml	10	11,111	12,500	14,286	16,667	20	25	33,333	50	100



Die Fläche A = 2303 mm² entspricht der Arbeit W = 23,03 J.

Lehrplaneinheit **Mechanische Schwingungen**	Thema **Kinematik der freien ungedämpften Schwingung**	CAD im Physikunterricht F. Pfleghar



Grundlagen

Bei der freien ungedämpften Schwingung herrscht kinetisches Gleichgewicht zwischen der Rückstellkraft F_R und der Trägheitskraft F_T.

$F_R = -c \cdot y \quad F_T = m \cdot a \quad F_R = F_T$

c: Federkonstante

m: schwingende Masse

Durch Gleichsetzen der Rückstellkraft mit der Trägheitskraft erhält man die homogene Schwingungsdifferentialgleichung zweiter Ordnung $m \cdot \ddot{y} + c \cdot y = 0$ bzw. $m \cdot a + c \cdot y = 0$.

Der Lösungsansatz dieser Differentialgleichung lautet $y = A \cdot \sin \omega t + B \cdot \cos \omega t$.

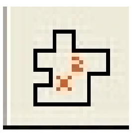
Wählt man y (t=0) = 0, so bleibt nur der Ausdruck $A \cdot \sin \omega t$ übrig. Bildet man $y = A \cdot \sin \omega t$, $v = A\omega \cdot \cos \omega t$ und $a = -A\omega^2 \cdot \sin \omega t$ und setzt man y und a in die Schwingungsdifferentialgleichung ein, so erhält man die

Kreiseigenfrequenz ω der freien ungedämpften Schwingung $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$.

Eine anschauliche Erklärung für den Lösungsansatz $y = A \cdot \sin \omega t$ bzw. $y = r \cdot \sin \omega t$ bekommt man, wenn die Auf- und Abbewegung der schwingenden Masse über einen rotierenden Kurbelzapfen in der Höhe „eingefangen" wird. Die Höhe bzw. die Auslenkung y ist dann die Gegenkathete $r \cdot \sin \omega t = r \cdot \sin \alpha$ zur Hypothenuse (Kurbelradius) r. So gesehen ist die Größe ω sowohl die Winkelgeschwindigkeit der Drehbewegung des Kurbelzapfens als auch die Kreiseigenfrequenz der freien ungedämpften Schwingung.

CAD-Hinweise

Mit dem Befehl „Tangente" kann eine Tangente an eine Kurve gelegt und über das Steigungsdreieck die Steigung ermittelt werden. Die Tangente wird durch die Spline-Funktion, die Lage des Tangentialpunktes und die Lage des Endpunkts bestimmt.



Die Funktion "Fläche" ermittelt den Flächeninhalt einer geschlossenen Kontur . Der errechnete Flächeninhaltswert des v-ωt-Diagrammes bis zum maßgenenden Winkel entspricht der Auslenkung der Schwingung.

Aufgabe

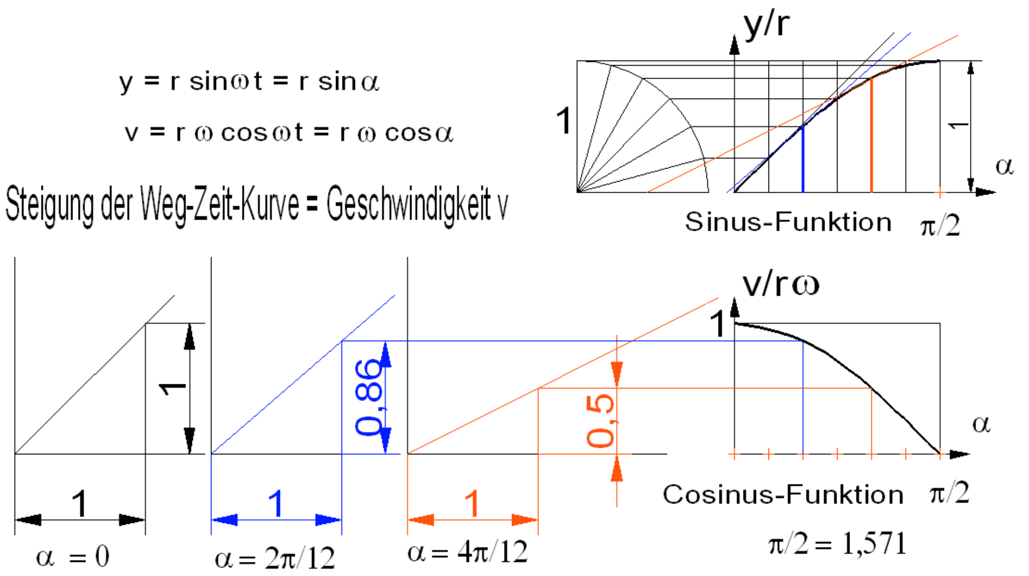
*Zeichnerische Ermittlung der bezogenen Auslenkung y/r mit Hilfe des Einheitskreises als Funktion des Winkels α bzw. der Zeit t für $0 <= \alpha <= \pi/2$, Schrittweite $\Delta\alpha = \pi/12$

*Zeichnerische Ermittlung der bezogenen Geschwindigkeit v/rω mit Hilfe der Steigung der y/r-α-Funktion als Funktion des Winkels α für $\alpha = 0$, $\alpha = 2\pi/12$ und $\alpha = 4\pi/12$

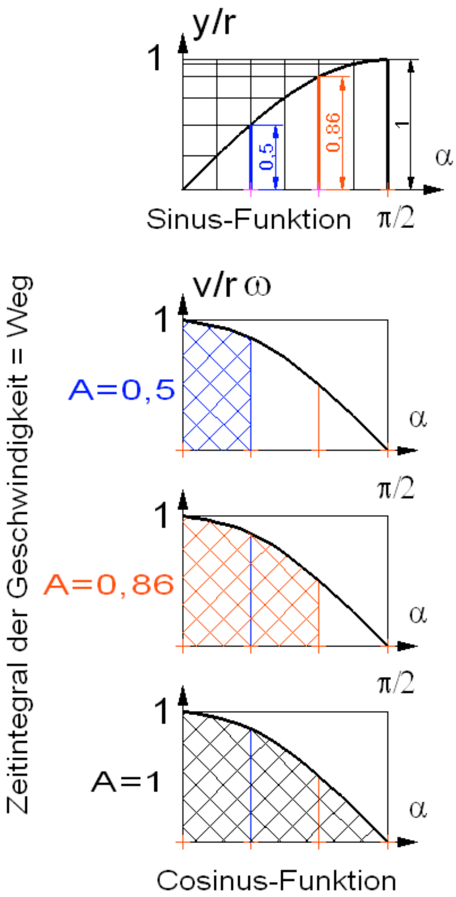
*Zeichnerische Ermittlung der bezogenen Auslenkung y/r mit Hilfe der Fläche der v/r ω - α-Funktion als Funktion des Winkels α für $\alpha = 2\pi/12$, $\alpha = 4\pi/12$ und $\alpha = \pi/2$

CAD – Lösung

*Ermittlung der y/r-α-Funktion aus dem Einheitskreis
*Ermittlung der v/rω-α-Funktion aus der Steigung der y/r-α-Funktion



*Ermittlung der y/r-α-Funktion aus der Fläche der v/rω-α-Funktion



Franz Pfleghar □